



Schriftliche abschließende Prüfung der 8A zum Haupttermin 2002/03

**MATHEMATIK**

Mag. Verena Schuster-Schedlberger

**1. Kurvendiskussion, Flächenberechnung, Extremwertaufgabe: 17 Punkte**

Von einer Funktion dritten Grades kennt man folgende Bedingungen: Der Graph geht durch den Ursprung, schneidet die x-Achse an der Stelle  $x = 4$ , besitzt bei  $x = 0$  eine Tangente mit der Steigung 2 und erfüllt  $f''(0) = 4$ .

- a) Ermittle die Funktionsgleichung! (4)
- b) Diskutiere die Funktion  $f(x) = -\frac{5}{8}x^3 + 2x^2 + 2x$  bezüglich Nullstellen, Extrema (H/T), Wendepunkte und zeichne anschließend ihren Graph. (6)
- c) Berechne die Fläche, die der Graph mit der x-Achse einschließt! (3)
- d) Zieht man in der Entfernung  $a$  ( $a > 0$ ) vom Ursprung eine senkrecht zur x-Achse liegende Gerade, so bilden der Schnittpunkt der Geraden mit der Funktion, der Schnittpunkt der Geraden mit der x-Achse und der Koordinatenursprung die Eckpunkte eines Dreiecks. Wie muss  $a$  gewählt werden, so dass das Dreieck einen möglichst großen Flächeninhalt hat? (4)

**2. Wahrscheinlichkeitsrechnung: 10 Punkte**

In einem Betrieb mit 900 Angestellten wird eine Betriebszeitung herausgegeben, die von durchschnittlich 80 % der Angestellten gekauft wird.

- a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der verkauften Zeitungen um höchstens 10 vom Erwartungswert abweicht! (4)
- b) Beim Drucken der Zeitung treten erfahrungsgemäß bei 5 % Fehler auf, so dass diese Exemplare unverkäuflich sind. Wie viele Zeitungen müssen mindestens gedruckt werden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mindestens 730 Exemplare zum Verkauf geeignet sind? (3)
- c) In der Redaktion dieses Betriebes arbeiten 15 Mitarbeiter, von denen jeder mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 % bei jeder Sitzung fehlt. Berechne die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:  
A: Alle Redaktionsmitglieder sind anwesend.  
B: Es fehlen weniger als ein Drittel der Redakteure.  
C: Bei drei aufeinander folgenden Sitzungen fehlt jeweils höchstens ein Redakteur. (3)

⇒ Fortsetzung



**3. Kegelschnitte - Vektorrechnung:**

**11 Punkte**

- a) Für welche  $a \in \mathbb{R}$  hat die Gerade  $g: x + a \cdot y = 7$  mit der Ellipse  $ell: 2x^2 + 3y^2 = 14$  zwei Punkte, genau einen Punkt bzw. keinen Punkt gemeinsam? Gib jeweils die entsprechende Lagebeziehung der Geraden zur Ellipse an! – Berechne für den Fall, dass  $g$  mit  $ell$  genau einen Punkt gemeinsam hat, diesen Berührungspunkt! (5)
- b) Gegeben sind: ein Kreis  $k$  mit Radius  $r = 5 \cdot \sqrt{5}$  und Mittelpunkt  $M (-6/-5)$   
 die Gerade  $g: X = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$
- i) Bestimme die Schnittpunkte  $S_{1/2}$  und die Länge der von der Geraden  $g$  abgeschnittenen Sehne! (3)
- ii) In welchem Winkel schneidet die Gerade den Kreis im Punkt  $S (x < 0 / y) ?!$  (2)
- iii) Wie groß ist der Abstand der Geraden  $g$  vom Mittelpunkt des Kreises? (1)

**4. Trigonometrie – Exponentielles Wachstum:**

**10 Punkte**

Der Münzbacher Zubringer auf die B 3 betrifft einige Anrainer mit Grundstückseignungen. Insbesondere trifft es den Eigentümer eines viereckigen Grundstücks, das folgende Maße aufweist:

$$a = \overline{AB} = 123,60 \text{ m} \quad b = \overline{BC} = 90,70 \text{ m} \quad c = \overline{CD} = 55,20 \text{ m}$$

$$d = \overline{DA} = 86,20 \text{ m} \quad \alpha = \angle (BAD) = 61,28^\circ$$

Fertige eine Skizze des Grundstücks mit dem Straßenverlauf an!

Durch das Grundstück wird die 16 m breite, geradlinige Straße gebaut, deren Mittellinie durch den Eckpunkt  $D$  verläuft und unter einem rechten Winkel auf die Seite  $a$  trifft. Wie viel  $m^2$  des Grundstücks müssen für den Straßenbau abgelöst werden? (7)

Bei der Projektpräsentation waren 95 Perger Bürger anwesend und erfuhren mitunter die Höhe der Baukosten zum ersten Mal. 40 Minuten später wussten bereits 75 weitere Bewohner davon. Wie lange dauert es, bis alle 7150 Perger Einwohner die Baukosten wissen, wenn die Informationsausbreitung einem exponentiellen Wachstum entspricht? (Zeitdauer in Stunden!) (3)

**Alle Rechenschritte müssen nachvollziehbar sein!  
 Alle Rechenergebnisse auf 2 Nachkommastellen runden!**

**Viel Erfolg!**