




✓	Nr	AUFGABEN	P
<input type="checkbox"/>	1	<p>Nichtlineare analytische Geometrie, Integralrechnung</p> <p>Ein Weinfass entsteht durch Rotation des Mittelteils einer Ellipse in erster Hauptlage um die x-Achse. Der Spunddurchmesser (= größter Durchmesser) beträgt 10 dm. Die Durchmesser der Seitenflächen betragen jeweils 8 dm. Das Fass hat eine Länge von 12 dm.</p>  <p>a) Wähle ein geeignetes Koordinatensystem und fertige eine Skizze an! Zeige, dass die dem Fass zugrundeliegende Ellipse durch ell: $x^2 + 4y^2 = 100$ beschrieben werden kann! (5)</p> <p>b) Berechne, wie viel Liter Wein sich in dem Fass befinden, wenn es vollständig gefüllt ist! (3)</p> <p>Bei einer großen Weinverkostung wird der Wein aus obigem Fass in Gläser gefüllt. Jedes Glas hat die Form eines Drehparaboloids von 6 cm Höhe und 6 cm Durchmesser.</p>  <p>c) Wähle ein geeignetes Koordinatensystem und fertige eine Skizze an! Stelle die Gleichung der Parabel auf! (2)</p> <p>d) Wie viele Gläser können bis 1,5 cm unter dem Rand gefüllt werden? (3)</p> <p>e) Wie hoch steht der Wein in jenem Glas, in das der Rest geleert wird? (3)</p>	16
<input type="checkbox"/>	2	<p>Differentialrechnung, Integralrechnung</p> <p>Die Funktion $f(x) = a \cdot x \cdot e^{bx}$ ($a \neq 0, b \neq 0$) hat bei $W(2/\frac{12}{e^2})$ einen Wendepunkt.</p> <p>a) Beweise, dass $f(x) = 6 \cdot x \cdot e^{-x}$ eine Termdarstellung dieser Funktion ist! (3)</p> <p>b) Untersuche die Funktion bezüglich Nullstellen, Extremwerten, Wendepunkten und Wendetangenten! (7)</p> <p>c) Zeichne den Funktionsgraphen in ein geeignetes Koordinatensystem! (2)</p> <p>d) Berechne den Inhalt jenes Flächenstücks, das vom Graphen von $f(x)$, der x-Achse und den beiden zur y-Achse parallelen Geraden durch den Hoch- bzw. Wendepunkt begrenzt wird! (3)</p>	15

<input type="checkbox"/>	<p>3 Exponentieller Zerfall</p>  <p>Das erste Bier, das von einem neuen Fass gezapft wird, besteht zum Großteil aus Schaum. Auch dieser Bierschaum konnte in einem wissenschaftlichen Experiment untersucht werden. Nach 4 Minuten hat der Bierschaum eine Höhe von 5 cm und nach 10 Minuten eine Höhe von 2 cm.</p> <p>Man fand heraus, dass Bierschaum sich nach dem exponentiellen Zerfallsgesetz in seiner Höhe verringert.</p> <p>a) Wie hoch war der Schaum zu Beginn des Experiments? (3) b) Wie hoch ist der Schaum eine Viertelstunde nach dem Zapfen? (3) c) Wie lange dauert es, bis der Schaum nur noch 3 cm hoch steht? (3) (Vom Beginn an gerechnet!)</p> <p>d) Wie groß ist die Halbwertszeit von Bierschaum? (3)</p>	<p>12</p>
<input type="checkbox"/>	<p>4 Vektorrechnung</p> <p>Die Grundfläche einer dreiseitigen Pyramide ABCS liegt in der Ebene ε: $4x - y + 8z = 1$ mit dem Basiseckpunkt $A(-4 / -9 / z)$. Gegeben sind weiters die Gleichungen der Trägergeraden:</p> $g: X = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ -12 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 11 \end{pmatrix} \text{ und } h: X = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ 7 \\ 13 \end{pmatrix} \text{ der beiden durch die Punkte B und C der Grundfläche gehenden Seitenkanten.}$ <p>a) Ermittle die Koordinaten aller Eckpunkte und der Spitze der Pyramide! (8) b) Berechne das Volumen der Pyramide! (3) c) Zeige, dass das Basisdreieck nicht rechtwinkelig ist! (3) d) Bestimme den Neigungswinkel α der Seitenkante AS zur Grundfläche! (3) e) Diskutiere die verschiedenen Möglichkeiten der Lagebeziehung zwischen zwei Geraden in \mathbb{R}^3. Beschreibe jeweils die entsprechende Lösung bei der Schnittmengenbestimmung. Fertige entsprechende Skizzen an! (4)</p>	<p>21</p>

5 Wahrscheinlichkeitsrechnung

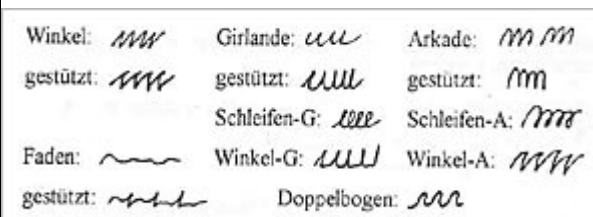
20

Bei der Matura im Gymnasium müssen sich die SchülerInnen für eine lebende Fremdsprache entscheiden. Dabei entscheiden sich 75% für Englisch, 20% für Französisch und die restlichen Schüler für Spanisch.

Eine Untersuchung der Prüfungsergebnisse zeigt, dass 5% der SchülerInnen, die in Englisch angetreten sind, durchfielen. In Französisch waren es nur 3 % und in Spanisch gar nur 1 %.

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit schafft ein(e) Schüler(in) die Prüfung? (2)
- b) Ein Prüfling ist leider durchgefallen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist sie/er in Englisch angetreten? (2)
- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Klasse mit 16 SchülerInnen (4)
 - (i) genau eine(r) durchfällt?
 - (ii) mindestens eine(r) durchfällt?

Graphologie - Das Röntgenbild der Seele



*Girlande (Symbol geöffnete Hand):
Schreiber mit Girlanden werden als offen,
wohlwollend und einfühlsam eingeschätzt.
Negativ: Sie können zugleich leicht
beeinflussbar und bequem sein.*

Da bei Prüfungen immer wieder geschummelt wird, möchte der Landesschulrat einen Graphologen einstellen. Jemand bewirbt sich um diese Stelle. Um seine Fähigkeiten zu testen, werden ihm Schriftproben vorgelegt. Seine Erfolgswahrscheinlichkeit beträgt dabei 75%.

- d) Wie viele Schriftproben müsste man dem Graphologen vorlegen, damit er mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% zumindest eine richtig zuordnen kann? (3)

Der Graphologe wurde angestellt und tat über Jahrzehnte seine Arbeit. Als er in Pension ging, stellte er fest, dass er 6000 Gutachten angefertigt hatte.

- e) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass davon mindestens 4470 und höchstens 4580 Gutachten richtig erstellt wurden! (3)
- f) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für mindestens 4480 richtig erstellte Gutachten? (3)
- g) In welchem Bereich liegt mit 90% Wahrscheinlichkeit die Anzahl der richtig erstellten Gutachten? (3)



<input type="checkbox"/>	6	Trigonometrie	16
		<p>Vom Standpunkt A einer Böschung, die unter $\varepsilon = 32^\circ$ zu einem Fluss abfällt, sieht man auf der anderen Seite des Flusses die Spitze einer Felswand unter dem Höhenwinkel $\alpha = 10^\circ$. Der Neigungswinkel der Wand wurde mit 75° gemessen. Steigt man 50 m die Böschung hinunter, sieht man die Spitze unter dem Höhenwinkel $\beta = 17,5^\circ$ und den Fußpunkt unter dem Tiefenwinkel $\gamma = 17^\circ$.</p>	
		a) Fertige eine geeignete Skizze an und beschrifte die angegebenen Längen und Winkel.	(3)
		b) Bestimme in beliebiger Reihenfolge folgende Größen:	(13)
		<ul style="list-style-type: none">• Flussbreite• Höhe der Wand• Entfernung der Spitze zum Fußpunkt der Wand• Entfernung AF	
Punkte insgesamt: 100			

**Alle Rechenschritte müssen nachvollziehbar sein!
Die Rechenergebnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung sind auf 4 Nachkommastellen zu runden, jene der anderen Beispiele auf 2!**

Viel Erfolg !



Allgemeine Bemerkungen:

- Verwendete Hilfsmittel: -Taschenrechner (Voyage 200)
- Mathematische Formelsammlung
(Kraft, Bürger, Unfried, Götz)
- Zirkel, Lineal, Geodreieck

- Maximale Punktezahl: 100 Punkte

- Punkteschlüssel:

<i>Punkte</i>	<i>Beurteilung</i>
100 - 92	Sehr gut
91 - 80	Gut
79 - 61	Befriedigend
60 - 50	Genügend
49 - 0	Nicht genügend